雙清學術预印本
PrePrints

雙清學術出版社
Contents lists available at www.qingpress.com
Journal homepage: qingpress.com/zh-cn/journals/26

3n+1 问题正奇数的上界与下界
——对 3n+1 猜想的思考

梁纯红，研究方向为 数论
Email: 1833676875@qq. com

摘要：本文将正奇数 2k−1 表示为：

$4k-1+(6k-1)(0+2+\cdots+2^{2m-1}\cdots)$ 0.1

$8k+1+2(6k+1)(0+2+\cdots+2^{2m-1}\cdots)$ 0.2

依据 3n+1 问题的运算规则，运算后得出 3n+1 问题正奇数的上界为 6k−3，下界为 1。

关键词：3n+1 问题，正奇数，上界，下界

引言

由于正偶数可以表示为 $2^m(2k-1)$，所以将 3n+1 问题简述如下：

设：$S(S_0$，⋯，S_I，⋯，$S_m)$为正奇数，t 为正整数。则有下列运算。

$S_1=(3S_0+1)\div2^t$

0.3

⋮

$S_i=(3S_{i-1}+1)\div2^t$

⋮

$S_m=(3S_{m-1}+1)\div2^t$

经运算总能找到：$S_m=1$

1 3n+1 问题正奇数的上界

设：

$A_0=4k-1$；$A_1=4A_0+1$；⋯；$A_i=4A_{i-1}+1$；⋯ 1.1

$B_0=8k+1$；$B_1=4B_0+1$；⋯；$B_i=4B_{i-1}+1$；⋯ 1.2

Article history: Available online December 7, 2022
To cite this paper: 梁纯红(2022). 3n+1 问题正奇数的上界与下界——对 3n+1 猜想的思考. 雙清學術预印本，卷 2，第 1 期, 16-30.
Doi: https://doi.org/10.55375/preprints.2022.1.3

则正整数 2k-1 由(1.1)、(1.2)构成，由于(0.1)可以表示为(1.1)；(0.2)可以表示为(1.2)。所以正整数 2k-1 也可以表示为(0.1)及(0.2)。依据 3n+1 的运算规则有下列运算。

$$\{3[4k-1+(6k-1)(0+2+\cdots+2^{2m-1}\cdots)]+1\}\div 2^{2m+1}\cdots=6k-1 \quad 1.3$$

$$\{3[8k+1+2(6k+1)(0+2+\cdots+2^{2m-1}\cdots)]+1\}\div 2^{2m+2}\cdots=6k+1 \quad 1.4$$

$$[(6K-3)\times 2^{m}-1]\div 3\neq 2k-1 \quad 1.5$$

从(1.3)及(1.4)或(1.5)中可以得出：没有任何正奇数 2k-1 在 3n+1 运算规则运算后能得到 6k-3 这组数，所以 3n+1 问题**正奇数的上界为 6k-3。**

2 2k-1(k≠4g-1)运算至 8k-3(k≠3g)

基本算式：

$$6(3k-2)-1=\{3[6(2k-1)-3]+1\}\div 2 \quad 2.01$$

$$6(3k)-1=\{3[6(2k)-1]+1\}\div 2 \quad 2.02$$

$$6(3k-1)-1=\{3[6(2k-1)+1]+1\}\div 2 \quad 2.03$$

$$6(3k-2)+1=\{3[6(4k-2)-3]+1\}\div 4 \quad 2.04$$

$$6(3k)+1=\{3[6(4k)+1]+1\}\div 4 \quad 2.05$$

$$6(3k-1)+1=\{3[6(4k-1)-1]+1\}\div 4 \quad 2.06$$

(2.01)-(2.06)的左式为 2k-1(k≠3g-1)，右式方括号中的数(运算前的数)为 2k-1(k≠4g-1)。由此得出在 3n+1 问题运算规则下：2k-1(k≠4g-1)运算至 8k-3(k≠3g)，任意一个正奇数 2k-1(k≠12g-1)只能在运算出现一次。

设：${}^{0}{}_{0}T_a\in$(24g−15；12g−9)；(${}_{0}W_a$，${}^{0}{}_{1}T_a$. . . ， ${}^{0}{}_{i}T_a$ . . . ，${}^{0}{}_{i}T$， . . . ，${}^{0}{}_{m}T_a$， . . .)不属于(8g−3， ${}^{0}{}_{0}T_a$)；$V_a\in$(24g−11， 24g−19)，j ∈(1，2)。迭代运算通式只有下列两类：

$${}^{0}{}_{1}T_a=[3({}^{0}{}_{0}T_a)+1]\div 2^{j}$$

2.07 ⋮

$${}^{0}{}_{i}T_a=[3({}^{0}{}_{i-1}T_a)+1]\div 2^{j}$$

⋮

$${}^{0}{}_{m}T_a=[3({}^{0}{}_{m-1}T_a)+1]\div 2^{j}$$

⋮

$${}_{1}T_a[3({}^{0}{}_{0}T_a)+1]\div 2^{j} \quad 2.08$$

$${}^{0}{}_{i}T_a=[3({}^{0}{}_{i-1}T_a)+1]\div 2^{j}$$

⋮

${}^{0}{}_{m}T_a=[3({}^{0}{}_{m-1}T_a)+1]\div 2^j$

${}_{0}W_a=[3({}^{0}{}_{m}T_a)+1]\div 2^j$

$V_a=[3({}_{0}W_a)+1]\div 2^j$

迭代运算式(2.09)-(2.44){不含 b[2.16）-（2.26)]及 d[2.34）-（2.44)]运算结果数}所有的数构成 2k-1(k≠12g-1)，(2.09)-(2.15)及(2.28)-(2.34)运算结果数为 8k-3(k≠3g)，其余的运算结果数为中间运算数。由于算式(2.09)-(2.44)证明简单，本文不做证明。

a、迭代运算式(2.09)-(2.15)符合运算通式(2.08)，运算开始数属于 6k-3。

$6\{[2\times 4^{m+1}(6k-1)+2]\div 3\}-3$
2.09

$6[2\times 4^{m}(6k-1)]+1$

$6[2\times 3\times 4^{m-1}(6k-1)]+1$

⋮

$6[2\times 4\times 3^{m-1}(6k-1)]+1$

$6[2\times 3^{m}(6k-1)]+1$

$6\{(4[4\times 8^{2m}(6k-1)-1]+2)\div 3\}-3$ 2.10

$6[4\times 8^{2m}(6k-1)-1]+1$

$6[2\times 3\times 8^{2m}(6k-1)-1]-1$

$6[4\times 9\times 8^{2m-1}(6k-1)-1]+1$

⋮

$6[16\times 3\times 9^{2m-1}(6k-1)-1]-1$

$6[4\times 9^{2m}(6k-1)-1]+1$

$6[2\times 3\times 9^{2m}(6k-1)-1]-1$

$6\{(4[4\times 8^{2m+1}(6k-5)-1]+2)\div 3\}-3$
2.11

$6[4\times 8^{2m+1}(6k-5)-1]+1$

$6[2\times 3\times 8^{2m+1}(6k-5)-1]-1$

$6[4\times 9\times 8^{2m}(6k-5)-1]+1$

$\vdots$

$6[16\times3\times9^{2m}(6k\text{-}5)\text{-}1]\text{-}1$

$6[4\times9^{2m+1}(6k\text{-}5)\text{-}1]+1$

$6[2\times3\times9^{2m+1}(6k\text{-}5)\text{-}1]\text{-}1$

$6\{(2[4^{m}(12k\text{-}11)]+1)\div3\}\text{-}3$ 2.12

$6[(4^{m}(12k\text{-}11)]\text{-}1$

$6[(2\times3\times4^{m\text{-}1}(12k\text{-}11)]\text{-}1$

$6[(9\times4^{m\text{-}1}(12k\text{-}11)]\text{-}1$

$\vdots$

$6[(2\times3\times9^{m\text{-}1}(12k\text{-}11)]\text{-}1$

$6[(9^{m}(12k\text{-}11)]\text{-}1$

$6\{(2[2\times4^{m}(12k\text{-}1)]+1)\div3\}\text{-}3$ 2.13

$6[2\times4^{m}(12k\text{-}1)]\text{-}1$

$6[3\times4^{m}(12k\text{-}1)]\text{-}1$

$6[2\times9\times4^{m\text{-}1}(12k\text{-}1)]\text{-}1$

$\vdots$

$6[2\times9^{m}(12k\text{-}1)]\text{-}1$

$6[3\times9^{m}(12k\text{-}1)]\text{-}1$

$6\{(2[2\times8^{2m}(6k\text{-}5)\text{-}1]+1)\div3\}\text{-}3$ 2.14

$6[2\times8^{2m}(6k\text{-}5)\text{-}1]\text{-}1$

$6[4\times3\times8^{2m\text{-}1}(6k\text{-}5)\text{-}1]+1$

$6[2\times9\times8^{2m\text{-}1}(6k\text{-}5)\text{-}1]\text{-}1$

$\vdots$

$6[4\times3\times9^{2m\text{-}1}(6k\text{-}5)\text{-}1]+1$

$6[2\times9^{2m}(6k\text{-}5)\text{-}1]\text{-}1$

$6\{(2[2\times8^{2m+1}(6k-1)-1]+1)\div3\}-3$ 2.15

$6[2\times8^{2m+1}(6k-1)-1]-1$

$6[4\times3\times8^{2m}(6k-1)-1]+1$

$6[2\times9\times8^{2m}(6k-1)-1]-1$

⋮

$6[4\times3\times9^{2m}(6k-1)-1]+1$

$6[2\times9^{2m+1}(6k-1)-1]-1$

以上(2.09)-(2.15)迭代运算结果数属于 8k-3(k≠3g)，运算结束。

b、迭代算式(2.16)-(2.26)的运算开始数符合通式(2.08)的运算开始数，由于迭代运算式(2.09)-(2.26)的开始数属于 6k-3(k≠4g)，所以其运算结果数只可能属于 c[(2.27)-(2.33)]或 d[(2.34)-(2.44)]的运算开始数。

$6\{(4[4^{m}(6k-5)]+2)\div3\}-3$ 2.16

$6[4^{m}(6k-5)]+1$

$6[3\times4^{m-1}(6k-5)]+1$

⋮

$6[4\times3^{m-1}(6k-5)]+1$

$6[3^{m}(6k-5)]+1$

$6\{(4[8^{2m}(6k-1)-1]+2)\div3\}-3$ 2.17

$6[8^{2m}(6k-1)-1]+1$

$6[4\times3\times8^{2m-1}(6k-1)-1]-1$

$6[9\times8^{2m-1}(6k-1)-1]+1$

⋮

$6[4\times3\times9^{2m-1}(6k-1)-1]-1$

$6[9^{2m}(6k-1)-1]+1$

$6\{(4[8^{2m+1}(6k-5)-1]+2)\div3\}-3$ 2.18

$6[8^{2m+1}(6k-5)-1]+1$

$6[4\times3\times8^{2m}(6k-5)-1]-1$

$6[9\times8^{2m}(6k-5)-1]+1$

$\vdots$

$6[4\times3\times9^{2m}(6k-5)-1]-1$

$6[9^{2m+1}(6k-5)-1]+1$

$6\{(4[2\times8^{2m}(6k-5)-1]+2)\div3\}-3$ 2.19

$6[2\times8^{2m}(6k-5)-1]+1$

$6[3\times8^{2m}(6k-5)-1]-1$

$6[2\times9\times8^{2m-1}(6k-5)-1]+1$

$\vdots$

$6[3\times8\times9^{2m-1}(6k-5)-1]-1$

$6[2\times9^{2m}(6k-5)-1]+1$

$6[3\times9^{2m}(6k-5)-1]-1$

$6\{(4[2\times8^{2m+1}(6k-1)-1]+2)\div3\}-3$ 2.20

$6[2\times8^{2m+1}(6k-1)-1]+1$

$6[3\times8^{2m+1}(6k-1)-1]-1$

$6[2\times9\times8^{2m}(6k-1)-1]+1$

$\vdots$

$6[8\times3\times9^{2m}(6k-1)-1]-1$

$6[2\times9^{2m+1}(6k-1)-1]+1$

$6[3\times9^{2m+1}(6k-1)-1]-1$

$6\{(2[4^{m}(12k-5)]+1)\div3\}-3$ 2.21

$6[4^{m}(12k-5)]-1$

$6[2\times3\times4^{m-1}(12k-5)]-1$

$6[9\times4^{m-1}(12k-5)]-1$

$\vdots$

$6[2\times3\times9^{m-1}(12k-5)]-1$

$6[9^m(12k-5)]-1$

$6\{(2[2\times4^m(12k-7)]+1)\div3\}-3$ 2.22

$6[2\times4^m(12k-7)]-1$

$6[3\times4^m(12k-7)]-1$

$6[2\times9\times4^{m-1}(12k-7)]-1$

$\vdots$

$6[2\times9^m(12k-7)]-1$

$6[3\times9^m(12k-7)]-1$

$6\{(2[8^{2m}(6k-1)-1]+1)\div3\}-3$ 2.23

$6[8^{2m}(6k-1)-1]-1$

$6[2\times3\times8^{2m-1}(6k-1)-1]+1$

$6[9\times8^{2m-1}(6k-1)-1]-1$

$\vdots$

$6[2\times3\times9^{2m-1}(6k-1)-1]+1$

$6[9^{2m}(6k-1)-1]-1$

$6\{(2[8^{2m+1}(6k-5)-1]+1)\div3\}-3$

2.24

$6[8^{2m+1}(6k-5)-1]-1$

$6[2\times3\times8^{2m}(6k-5)-1]+1$

$6[9\times8^{2m}(6k-5)-1]-1$

$\vdots$

$6[2\times3\times9^{2m}(6k-5)-1]+1$

$6[9^{2m+1}(6k-5)-1-1$

$6\{(2[4\times8^{2m}(6k-5)-1]+1)\div3\}-3$ 2.25

$6[4\times8^{2m}(6k-5)-1]-1$

$6[3\times8^{2m}(6k-5)-1]+1$

$6[4\times9\times8^{2m-1}(6k-5)-1]-1$

⋮

$6[3\times8\times9^{2m-1}(6k-5)-1]+1$

$6[4\times9^{2m}(6k-5)-1]-1$

$6[3\times9^{2m}(6k-5)-1]+1$

$6\{(2[4\times8^{2m+1}(6k-1)-1]+1)\div3\}-3$ 2.26

$6[4\times8^{2m+1}(6k-1)-1]-1$

$6[3\times8^{2m+1}(6k-1)-1]+1$

$6[4\times9\times8^{2m}(6k-1)-1]-1$

⋮

$6[8\times3\times9^{2m}(6k-1)-1]+1$

$6[4\times9^{2m+1}(6k-1)-1]-1$

$6[3\times9^{2m+1}(6k-1)-1]+1$

以上(2.16)-(2.26)的运算结果数为 c[(2.27)-(2.33)]或 d[(2.34)-(2.44)]的部分运算开始数，运算重新开始。

c、运算开始数由 b[(2.16)-(2.26)]或 d[(2.34)-(2.44)]的部分运算结果数构成。

$6[2\times4^{m}(6k-5)]+1$ 2.27

$6[2\times3\times4^{m-1}(6k-5)]+1$

⋮

$6[2\times4\times3^{m-1}(6k-5)]+1$

$6[2\times3^{m}(6k-5)]+1$

$6[4\times8^{2m}(6k-5)-1]+1$ 2.28

$6[2\times3\times8^{2m}(6k-5)-1]-1$

$6[4\times9\times8^{2m-1}(6k-5)-1]+1$

⋮

$6[16\times3\times9^{2m-1}(6k-5)-1]-1$

$6[4\times9^{2m}(6k-5)-1]+1$

$6[2\times3\times9^{2m}(6k-5)-1]-1$

$6[4\times 8^{2m+1}(6k-1)-1]+1$ 2.29

$6[2\times 3\times 8^{2m+1}(6k-1)-1]-1$

$6[4\times 9\times 8^{2m}(6k-1)-1]+1$

$\vdots$

$6[16\times 3\times 8^{2m}(6k-1)-1]-1$

$6[4\times 9^{2m+1}(6k-1)-1]+1$

$6[2\times 3\times 9^{2m+1}(6k-1)-1]-1$

$6[2\times 4^{m}(12k-5)]-1$ 2.30

$6[3\times 4^{m}(12k-5)]-1$

$6[2\times 9\times 4^{m-1}(12k-5)]-1$

$\vdots$

$6[2\times 9^{m}(12k-5)]-1$

$6[3\times 9^{m}(12k-5)]-1$

$6[4^{m}(12k-7)]-1$ 2.31

$6[2\times 3\times 4^{m-1}(12k-7)]-1$

$\vdots$

$6[2\times 3\times 9^{m-1}(12k-7)]-1$

$6[9^{m}(12k-7)]-1$

$6[2\times 8^{2m}(6k-1)-1]-1$ 2.32

$6[4\times 3\times 8^{2m-1}(6k-1)-1]+1$

$6[2\times 9\times 8^{2m-1}(6k-1)-1]-1$

$\vdots$

$6[16\times 9^{2m-1}(6k-1)-1]-1$

$6[4\times 3\times 9^{2m-1}(6k-1)-1]+1$

$6[2\times 9^{2m}(6k-1)-1]-1$

$6[2\times 8^{2m+1}(6k-5)-1]-1$ 2.33

$6[4\times3\times8^{2m}(6k-5)-1]+1$

$6[2\times9\times8^{2m}(6k-5)-1]-1$

⋮

$6[4\times3\times9^{2m}(6k-5)-1]+1$

$[2\times9^{2m+1}(6k-5)-1]-1$

以上(2.27)-(2.33)迭代运算结果属于 8k-3(k≠3g)，运算结束。

d、运算开始数为 b[(2.16)-(2.26)]及 d[(2.34)-(2.44)]的部份运算结果数构成。

$6[4^{m}(6k-1)]+1$ 2.34

$6[3\times4^{m-1}(6k-1)]+1$

⋮

$6[4\times3^{m-1}(6k-1)]+1$

$6[3^{m}(6k-1)]+1$

$6[8^{2m}(6k-5)-1]+1$ 2.35

$6[4\times3\times8^{2m-1}(6k-5)-1]-1$

$6[9\times8^{2m-1}(6k-5)-1]+1$

⋮

$6[4\times3\times9^{2m-1}(6k-5)-1]-1$

$6[9^{2m}(6k-5)-1]+1$

$6[8^{2m+1}(6k-1)-1]+1$ 2.36

$6[4\times3\times8^{2m}(6k-1)-1]-1$

$6[9\times8^{2m}(6k-1)-1]+1$

⋮

$6[4\times3\times9^{2m}(6k-1)-1]-1$

$6[9^{2m+1}(6k-1)-1]+1$

$6[2\times8^{2m}(6k-1)-1]+1$ 2.37

$6[3\times8^{2m}(6k-1)-1]-1$

$6[2\times9\times8^{2m-1}(6k-1)-1]+1$

$\vdots$

$6[8\times3\times9^{2m-1}(6k-1)-1]-1$

$6[2\times9^{2m}(6k-1)-1]+1$

$6[3\times9^{2m}(6k-1)-1]-1$

$6[2\times8^{2m+1}(6k-5)-1]+1$ 2.38

$6[3\times8^{2m+1}(6k-5)-1]-1$

$6[2\times9\times8^{2m}(6k-5)-1]+1$

$\vdots$

$6[8\times3\times9^{2m}(6k-5)-1]-1$

$6[2\times9^{2m+1}(6k-5)-1]+1$

$6[3\times9^{2m+1}(6k-5)-1]-1$

$6[4^{m}(12k-1)]-1$ 2.39

$6[2\times3\times4^{m-1}(12k-1)]-1$

$6[9\times4^{m-1}(12k-1)]-1$

$\vdots$

$6[2\times3\times9^{m-1}(12k-1)]-1$

$6[9^{m}(12k-1)]-1$

$6[2\times4^{m}(12k-11)]-1$ 2.40

$6[3\times4^{m}(12k-11)]-1$

$6[2\times9\times4^{m-1}(12k-11)]-1$

$\vdots$

$6[2\times9^{m}(12k-11)]-1$

$6[3\times9^{m}(12k-11)]-1$

$6[8^{2m}(6k-5)-1]-1$

2.41

$6[2\times3\times8^{2m-1}(6k-5)-1]+1$

$6[9×8^{2m-1}(6k-5)-1]-1$

⋮

$6[2×3×9^{2m-1}(6k-5)-1]+1$

$6[9^{2m}(6k-5)-1]-1$

$6[8^{2m+1}(6k-1)-1]-1$ 2.42

$6[2×3×8^{2m}(6k-1)-1]+1$

$6[9×8^{2m}(6k-1)-1]-1$

⋮

$6[2×3×9^{2m}(6k-1)-1]+1$

$6[9^{2m+1}(6k-1)-1]-1$

$6[4×8^{2m}(6k-5)-1]-1$ 2.43

$6[3×8^{2m}(6k-5)-1]+1$

$6[4×9×8^{2m-1}(6k-5)-1]-1$

⋮

$6.[8×3×9^{2m-1}(6k-5)-1]+1$

$6[4×9^{2m}(6k-5)-1]-1$

$6[3×9^{2m}(6k-5)-1]+1$

$6[4×8^{2m+1}(6k-1)-1]-1$ 2.44

$6[3×8^{2m+1}(6k-1)-1]+1$

$6[4×9×8^{2m}(6k-1)-1]-1$

⋮

$6[8×3×9^{2m}(6k-1)-1]+1$

$6[4×9^{2m+1}(6k-1)-1]-1$

$6[3×9^{2m+1}(6k-1)-1]+1$

以上(2.34)-(2.44)的运算结果数为 c[(2.27)-(2.33)]或 d[(2.34)-(2.44)]的部分运算开始运算数，运算重新开始。

设：X 为 d[(2.34)-(2.44)]的运算开始数，Y 为 c[(2.27)-(2.33)]的 Y 运算结果数。

则有：若 d[(2.34）-（2.44)]的运算结果不为 c[(2.27）-（2.33)]的运算开始数，只能为 d[(2.34）-（2.44)]的运算开始数，这样的运算将是无限的。运算式如下：

X_0 2.45

⋮

X_1 ； Y_1

⋮ ； ⋮

⋮ ； ⋮

X_I ； Y_I

⋮ ； ⋮

由于运算数的唯一性，当运算次数趋向于无穷大时 X 的取值范围将趋向于无穷小。

3 8k-3 运算至 8k-3(k≠3g)

假设所有的正整数 2k-1(k≠0，k≠8g-1)满足（2.08）均能运算至 V_a(DUG)。

$1+2(0+2+...+2^{2m-1}+...)$ 3.1

表格 1 与(3.1)构成正整数 2k-1。

表 1 (DUG)

P(x)	0	1	····	i	····
0	${}^{0}{}_{0}T_a$	${}^{1}{}_{0}T_a$	····	${}^{i}{}_{0}T_a$	····
1	${}^{0}{}_{1}T_a$	${}^{1}{}_{1}T_a$	····	${}^{i}{}_{1}T_a$	····
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
m	${}^{0}{}_{m}T_a$	${}^{1}{}_{m}T_a$	····	${}^{i}{}_{m}T_a$	····
m+1	${}_{0}W_a$	${}_{1}W_a$	····	${}_{i}W_a$	····

表格 1 关系为：第 1 列为第 0 列同行乘 4+1，2 列为 1 列同行乘 4+1，以此类推。

设：D 属于(3.1)中不含 24k-3 和 1 的的数，G 为表 2。则 D 的运算结果均为 1。 所以表格 1 每列的 m+2 次运算后运算结果均为 V_a(DUG)

表 2 (G)

p(x)	1	····	i	····

0	${}^{1}{}_{0}E_a$	····	${}^{i}{}_{0}E_a$	····
1	${}^{1}{}_{1}E_a$	····	${}^{I}{}_{1}E_a$	····
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
m	${}^{1}{}_{m}E_a$	····	${}^{1}{}_{m}E_a$	····
m+1	${}_{i}F_a$	····	${}_{i}F_a$	····

表 2 由表 1 减去属 24k-3 的数及第 0 列的数构成。

由表格 1 得知表格 2 每列数的 m+2 次运算结果为 Va。

由 ${}^{0}{}_{0}T_a$ 开始运算其运算结果为 V_a(DUG)，因 D 的运算结果为 1 所以运算终止，而 G 则重新开始运算。

表 1 有无限个运算结果为 V_a(DUG)，因 D 的运算结果为 1 运算终止。而 G 则重新开始运算。

表 2 的无限个运算结果为 V_a(DUG)，因 D 的运算结果为 1 运算终止。而 G 则重新开始运算。

设：在 3n+1 问题运算规则下：

正整数数列{6k-3，...，...}为非 3n+1 数列，

正整数数列{6k-3，...，...1}为 3n+1 数列。

α 为运算至 G 的组数， β 为运算至 D 的组数 0，d 为运算至 V_a(DUG)次数。

$\lim \alpha \to \infty$ 3.2

$\lim \beta \to \infty$

α=1

$\lim \beta \to \infty$

4 3n+1 问题的逆运算

由(1.1)及(1.2)得出下列逆运算式：

${}_{1}L_c=[2^{2m+1}(6k-1)-1]\div 3$ 4.1

${}_{2}L_c=[2^{2m}(6k+1)-1]\div 3$ 4.2

正奇数 6k-3 没有逆运算。

表 3 (逆运算表格）

p(x)	0	1	····
0	${}^{0}{}_{0}T_1$	L_a	····
0	${}^{0}{}_{1}T_1$	L_a	····

⋮	⋮	⋮	⋮
i	${}^{0}{}_{i}T_1$	L_a	⋯
⋮	⋮	⋮	⋮

假设有 1 个 6k-3 中的数不满足(3.1)，则运算将如表 3 第 0 列一样的运算，将在 6k-1(k≠4g-3)（及 6k+1(k≠0，k≠4g-3)之间无限运算，与(2.45)的运算趋势不符，所以假设不成立。

假设有一组运算结果不为 1，则运算将如表 3 一样的运算，将在 6k-1 及 6k+1(k≠0)之间无限运算，与(3.2)的运算趋势不符，所以假设不成立。

5 3n+1 问题正奇数的下界

$[(1\times3)+1]\div2^2=1$ 5.1

$[3(2k-1)+1]\div2^m\neq2k-1(k\neq0)$ 5.2

依据（5.1）、（5.2）算式得出：

1 是唯一一个运算结果等于自身的数，可以认定为 3n+1 问题运算的终止数，所以 3n+1 问题**正奇数的下界为 1**。

6 3n+1 问题的其他问题

依据以上的运算得到 3n+1 数列的下列特征：

1、全部的正整数 6k-3 都满足 3n+1 数列。非 3n+1 数列不存在、

2、全部 3n+1 数列包含有无穷多个 6k-1 或 6k+1 且不在同一数列中。

3、数 6k-3 在数列中只会出现 1 次。

相关问题：

设：在 3n+1 数列运算过程中未出现的偶数为 1/2 次偶数，出现的为 1 次偶数。则，

$2^{m}(6k-3)$、$2^{2m}(6k-1)$、$2^{2m-1}(6k+1)$为 1/2 次偶数，

$2^{2m}(6k+1)$、$2^{2m-1}(6k-1)$为 1 次偶数。